Aufgabe 1:
Bestimme den Abstand des Punktes R(4/0/7) von der Ebene $E: 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 1$ E mit Hilfe einer Lotgeraden.

Aufgabe 2:
Wandle die folgenden Gleichungen in eine Hesse'sche Normalenform um:

a) $E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = 0$ b) E: $x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1$ c) E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3:
Eine Ebene E hat den Normalenvektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} -0,5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ und geht durch den Punkt P(6/4/-1).

Berechne den Abstand des Ursprungs von der Ebene.

Aufgabe 4:
Gib den Abstand des Punktes P(-3/4/2) von den einzelnen Koordinatenebenen an.

Aufgabe 5:

a) Berechne den Abstand des Punktes A(7/4/9) von der Ebene $E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix} = 0$.

b) Berechne den Abstand des Punktes P(2/-3/5) von der Ebene E: $4x_1 - 3x_3 = 10$.

Aufgabe 6:
Weise nach, dass die Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ parallel zur Ebene E: $4x_1 + 0,5x_2 - 2x_3 = 2$ ist. Berechne den Abstand der Gerade g von der Ebene E.

Aufgabe 7:
Bestimme den Abstand der parallelen Ebenen E: $2x_1 - 2x_2 + x_3 = -1$ und F: $4x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 10$.

Aufgabe 8:
Bestimme die beiden Ebenen F und G, die von der Ebene E: $6x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 12$ den Abstand d = 6 LE haben.

Aufgabe 9:

Welche Punkte der Geraden g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ haben von der Ebene

$E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 7 \end{pmatrix} = 0$ den Abstand d = 5?

Aufgabe 10:

Gegeben sind die Punkte A(4/3/1), B(4/6/4), C(12/4/6) und D(12/1/3).

a) Weise nach, dass die 4 Punkte ein Rechteck bilden.

b) Zeige, dass das Rechteck in der Ebene E: $x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 8$ liegt.

c) Vom Punkt S(4/1/8) aus wird das Lot auf die Ebene E gefällt. Berechne die Koordinaten des Fußpunktes F.

d) Berechne das Volumen der Pyramide ABCDS.

e) Zeige, dass der Fußpunkt nicht mit dem Mittelpunkt des Rechtecks übereinstimmt, die Pyramide also nicht gerade ist.

f) Es gibt zwei gerade Pyramiden $ABCDT_1$ und $ABCDT_2$, die dasselbe Volumen wie ABCDS haben. Berechne die Koordinaten der Spitzen T_1 und T_2.