

# Wahrscheinlichkeitsrechnung

1. Ein Vorgang, dessen Ergebnis nur vom Zufall abhängt, heißt Zufallsexperiment.
2. Bei jedem Zufallsexperiment steht genau fest, welche Ergebnisse auftreten können.  
Die Menge  $\Omega$  aller möglichen Ergebnisse heißt Ergebnismenge.  
(z.B. Würfeln:  $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$  )
3. Ergebnisse lassen sich zu Ereignissen zusammenfassen. Die zum Ereignis E gehörende Ereignismenge ist eine Teilmenge von  $\Omega$  und wird ebenfalls mit E bezeichnet.  
(z.B. Würfeln: Ereignis E: „gerade Zahl“; zugehörige Ereignismenge:  $E = \{2 ; 4 ; 6\}$  )
- 4a. Laplace-Experiment: Jedes Ergebnis hat dieselbe Wahrscheinlichkeit (z.B. „idealer“ Würfel)
- 4b. Laplace-Regel: Die Wahrscheinlichkeit P eines Ereignisses E wird so berechnet:  
$$P(E) = \frac{\text{Anzahl der zu E gehörenden Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$$
5. Wahrscheinlichkeiten sind Zahlen zwischen 0 und 1; das unmögliche Ereignis hat die Wahrscheinlichkeit 0, das sichere Ereignis die Wahrscheinlichkeit 1.

## **Pfadregeln in Baumdiagrammen:**

### 1. Pfadmultiplikationsregel:

Bei einem mehrstufigen Zufallsversuch erhält man die Wahrscheinlichkeit eines durch einen „Pfad“ im Baumdiagramm dargestellten Ergebnisses, indem man die Wahrscheinlichkeiten längs des Pfades multipliziert.

### 2. Pfadadditionsregel:

Setzt sich ein Ergebnis aus verschiedenen Pfaden im Baumdiagramm zusammen, dann erhält man die Wahrscheinlichkeit durch Addition der einzelnen Pfadwahrscheinlichkeiten, die man zuvor nach der Multiplikationsregel berechnet hat.

### 3. Rechenkontrolle: (im vollständigen Baumdiagramm)

- a) Die Summe der Wahrscheinlichkeiten nach jeder Verzweigung ist 1.
- b) Die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Pfade ist ebenfalls 1.

#### 4. Komplementärregel:

Bei jedem Zufallsversuch gibt es zum Ereignis  $E$  ein „Gegenereignis“  $\bar{E}$ . Jedes Ergebnis gehört entweder zu  $E$  oder zu  $\bar{E}$ .

Die Wahrscheinlichkeiten von  $E$  und  $\bar{E}$  ergänzen sich zu 1. Es gilt also:

$$\underline{\underline{P(E) + P(\bar{E}) = 1}}$$

#### Aufgaben

Bestimme jeweils die Ergebnismenge  $\Omega$  und die zu dem Ereignis gehörende Ereignismenge  $E$ . Berechne die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses.

1. Zwei Münzen werden geworfen.

$E_1$ : Beide Münzen zeigen Wappen;

$E_2$ : eine Münze zeigt Zahl.

2. Eine Münze und ein Würfel werden geworfen.

$E_1$ : Münze zeigt Wappen und Würfelnummer ist gerade;

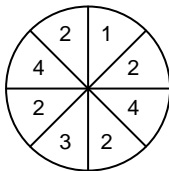
$E_2$ : Würfelnummer ist mindestens 4.

3. Ein Prüfling kann sich aus 5 Prüfungsfragen  $a, b, c, d, e$  zwei „aussuchen“. Die Aufgaben  $b, c, d$  sind leicht, die anderen schwer. Gleiche Aufgaben können nicht gezogen werden.

$E_1$ : Zwei leichte Aufgaben werden ausgewählt;

$E_2$ : eine leichte und eine schwere Aufgabe werden gewählt.

- 4.



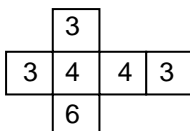
Auf einem Jahrmarkt wird ein Glücksrad zweimal gedreht. Berechne die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse:

$E_1$ : zwei verschiedene Zahlen,

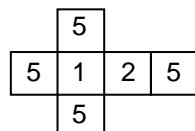
$E_2$ : Augensumme 5,

$E_3$ : Augensumme gerade.

5. A:



- B:



Spieler A und B besitzen jeder einen überklebten Würfel. Zuerst würfelt A, dann B. Die größere Augenzahl gewinnt. Berechne die Gewinnwahrscheinlichkeiten für A bzw. B.