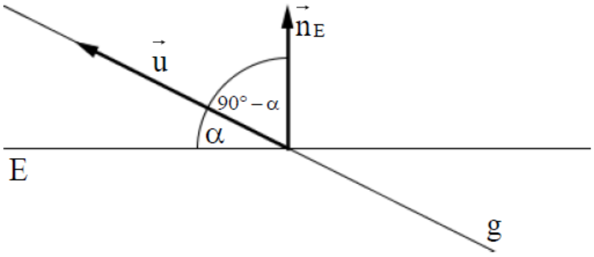
Anwendung: Bestimmung von Schnittwinkeln zwischen Gerade und Ebene

Den Schnittwinkel α zwischen einer Ebene E und einer Geraden g erhält man über eine Schnittwinkelberechnung zwischen dem Richtungsvektor der Geraden g und dem Normalenvektor der Ebene E.
Es gilt:

$$\cos(90° - \alpha) = \sin\alpha = \left| \frac{\vec{n}_E \circ \vec{u}}{|\vec{n}_E| \cdot |\vec{u}|} \right|$$



Beispiel: Bestimmen Sie den Schnittwinkel der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ und der Ebene

$E: x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 1 = 0$.

Es gilt: $\sin\alpha = \left| \frac{\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}}{\left| \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} \right|} \right| = \left| \frac{17}{\sqrt{26} \cdot \sqrt{18}} \right| = \frac{17}{78}\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 51{,}8°$

Aufgaben:

3. Berechnen Sie den Schnittwinkel der Geraden g und der Ebene E.

a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -7 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\quad E: x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 3 = 0$

b) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\quad E: x_1 - x_2 + 2x_3 - 2 = 0$

c) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \tau \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$