WAS SAGT DIE LÖSUNGSMENGE ÜBER DIE LAGE VON GERADE UND EBENE AUS?

Analytische Geometrie

Gegeben sei die Gerade

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

sowie die Punkte
A(1|5|3), B(2|-2|3), C(2|2|2)

1) Erstellen einer Parameterdarstellung der Ebene, die A, B und C enthält

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -7 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

2) Bestimmung eines Normalenvektors von E durch Bildung des Vektorproduktes

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -7 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

3) Aufstellen einer Koordinatengleichung für E

$7 \cdot x_1 + x_2 + 4 \cdot x_3 = 24$

4) Einsetzen der Geradengleichung von g in die Koordinatengleichung von E

$7 \cdot (2+s) + (1+2 \cdot s) + 4 \cdot 3 = 24$

$\Leftrightarrow 14 + 7 \cdot s + 1 + 2 \cdot s + 12 = 24$

$\Leftrightarrow s = -{}^{1}/_{3}$

Fazit:

Gegeben sei die Gerade

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

sowie die Punkte
A(1|5|3), B(2|-2|3), C(1|-4|3)

1) Erstellen einer Parameterdarstellung der Ebene, die A, B und C enthält

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -7 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2) Bestimmung eines Normalenvektors von E durch Bildung des Vektorproduktes

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -7 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$$

3) Aufstellen einer Koordinatengleichung für E

$9 \cdot x_3 = 27$ [$\Leftrightarrow x_3 = 3$]

4) Einsetzen der Geradengleichung von g in die Koordinatengleichung von E

$9 \cdot 3 = 27$

$\Leftrightarrow 27 = 27$

Fazit:

Gegeben sei die Gerade

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

sowie die Punkte
A(1|5|4), B(2|-2|4), C(1|-4|4)

1) Erstellen einer Parameterdarstellung der Ebene, die A, B und C enthält

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -7 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2) Bestimmung eines Normalenvektors von E durch Bildung des Vektorproduktes

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -7 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$$

3) Aufstellen einer Koordinatengleichung für E

$9 \cdot x_3 = 36$ [$\Leftrightarrow x_3 = 4$]

4) Einsetzen der Geradengleichung von g in die Koordinatengleichung von E

$9 \cdot 3 = 36$

$\Leftrightarrow 27 = 36$

Fazit: