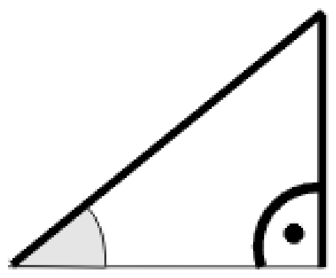
# Altes und Neues über Sinus und Kosinus

## 1. Sinus, Kosinus und Tangens im rechtwinkligen Dreieck



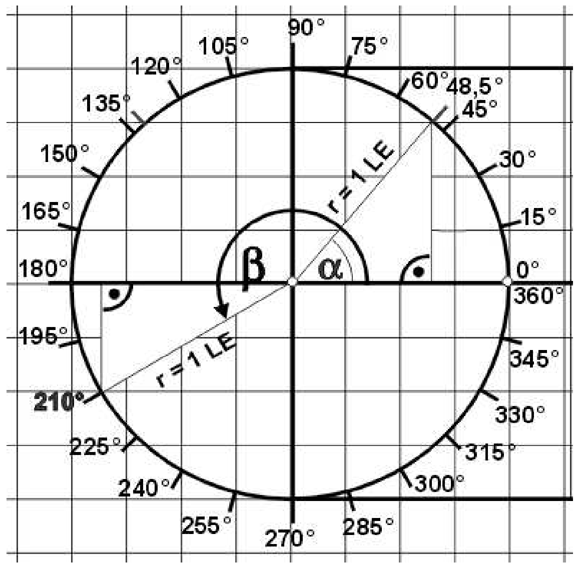
Der eingezeichnete Winkel $\alpha$ lässt sich über zwei Zusammenhänge am rechtwinkligen Dreieck berechnen:

$\sin\alpha = \frac{\rule{3cm}{0.4pt}}{\text{Hypotenuse}}$ $\tan\alpha = \rule{3cm}{0.4pt}$

$\cos\alpha = \rule{3cm}{0.4pt}$

## 2. Sinus und Kosinus am Einheitskreis

Im rechtwinkligen Dreieck kann $\alpha$ nur Werte zwischen ____ und ____ annehmen. Um alle möglichen Winkel zulassen zu können, stellt man sich die Werte für Sinus und Kosinus am Einheitskreis (Kreis mit Radius $r$ =1 LE) vor.




**Aufgabe 1:** $\sin(30°) =$

$\cos(90°) =$

$\cos(180°) =$

## 3. Umrechnung in Bogenmaß

Sinus und Kosinus werden häufig statt im Gradmaß im Bogenmaß dargestellt. Das Bogenmaß ist der Bruchteil des Kreisbogens, der zum Winkel $\alpha$ gehört.

Über den Zusammenhang $\frac{x}{\pi} = \frac{\alpha}{180°}$ lässt sich das Gradmaß $\alpha$ in das Bogenmaß $x$ umrechnen und umgekehrt.

$x = \frac{\quad}{\quad}\cdot$

$\alpha = \frac{\quad}{\quad}\cdot$

| Gradmaß $\alpha$ | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° | 180° | 270° | 360° |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Bogenmaß $x$ | | | | | | | | |

**Aufgabe 2:** Ergänze.

| $\alpha$ | 15° | | | 225° |
|---|---|---|---|---|
| $x$ | | $\frac{3}{4}\pi$ | $3\pi$ | |

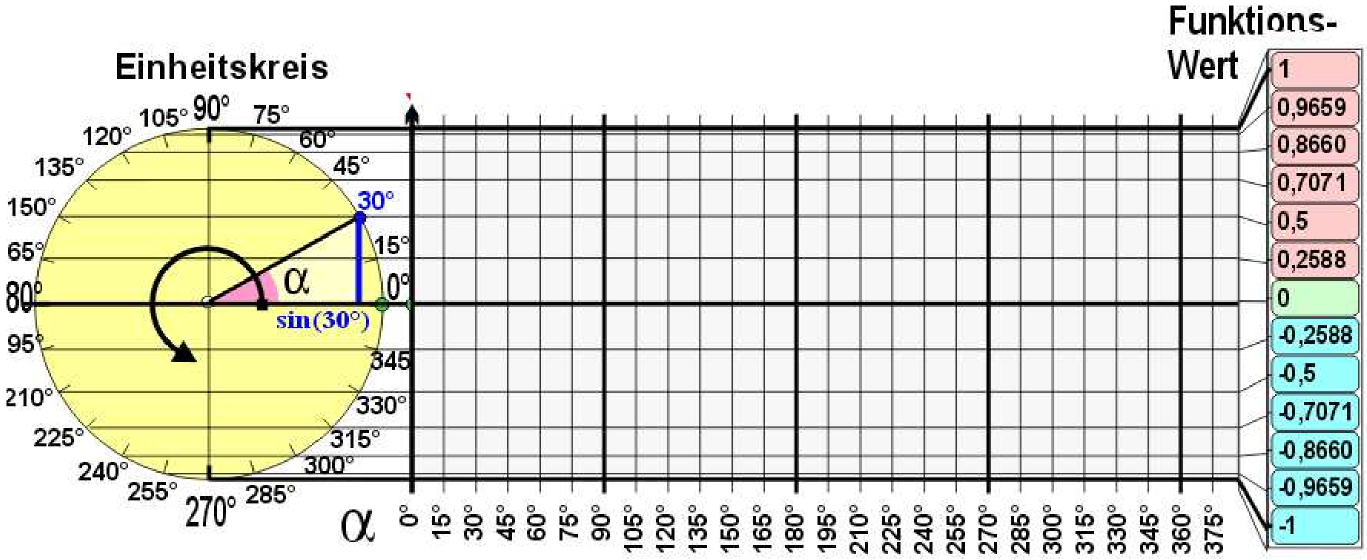
# 4. Wichtige Werte von Sinus und Kosinus

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $0$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ |
| $\alpha$ | $0°$ | $30°$ | $45°$ | $60°$ | $90°$ |
| sin | $0$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | $1$ |
| cos | $1$ | $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $0$ |

# 5. Die Sinusfunktion

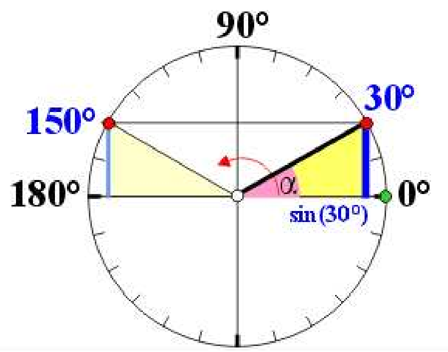
Für jeden Wert von $\alpha$ bzw. $x$ lässt sich ein Wert $\sin\alpha$ bestimmen. Damit erhalten wir eine Funktion
im Gradmaß $f : \alpha \mapsto \sin\alpha$ bzw.
im Bogenmaß $f : x \mapsto \sin x$

Schaubild der Sinusfunktion:




Die Werte der Sinusfunktion wiederholen sich nach $x =$ ____ wieder. Man sagt deswegen: Die Sinusfunktion ist periodisch mit der Periode ________.
*Ein* Funktionswert kann deswegen bei mehreren $x$-Werten auftreten.

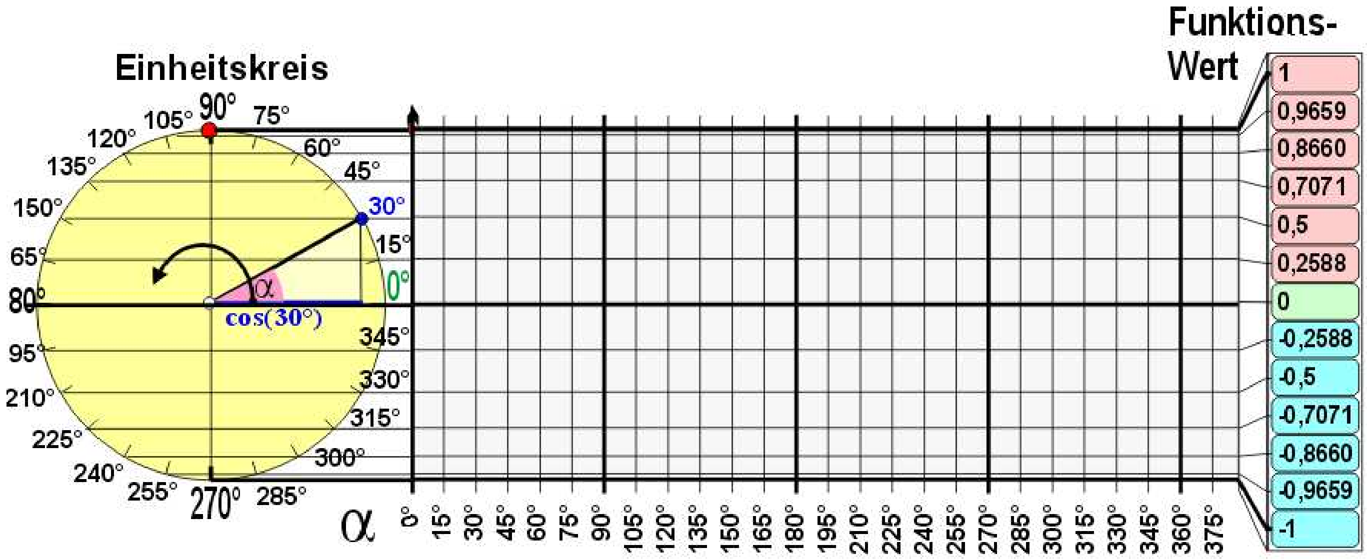
**Aufgabe 3:**
Für welche $x$ gilt $\sin x = 0{,}5$? Gib alle Werte zwischen 0 und 720° (Gradmaß) bzw. 0 und $4\pi$ (Bogenmaß) an.
A.: $\alpha = 30°$, ____________________
bzw. $x =$ ________________________




**Aufgabe 4:**
Bestimme alle $x \in \mathbb{R}$ mit $\sin x = \frac{1}{2}\sqrt{3}$.
A.:

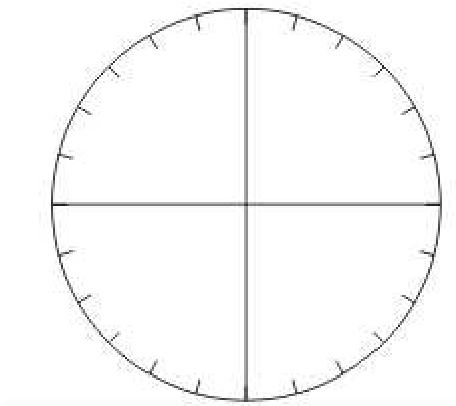
## 6. Die Kosinusfunktion

Schaubild der Kosinusfunktion:




Das Schaubild der Kosinusfunktion entsteht aus dem Schaubild der Sinusfunktion, wenn man diese um $\alpha =$ ________ bzw. $x =$ ________ nach links verschiebt. Auch die Kosinusfunktion hat die Periode $2\pi$.

**Aufgabe 5:**
Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt $\cos x = 0{,}5$? Gib im Gradmaß und im Bogenmaß an.
A.: $\alpha =$ ________________________
bzw. $x =$ ________________________



## 7. Umformungen

Es gibt mehrere einfache Zusammenhänge zwischen Sinus und Kosinus, die sich alle in der Formelsammlung finden lassen:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2 \cdot \sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
$\sin\alpha - \sin\beta = 2 \cdot \cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
$\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cdot \cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
$\cos\alpha - \cos\beta = -2 \cdot \sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

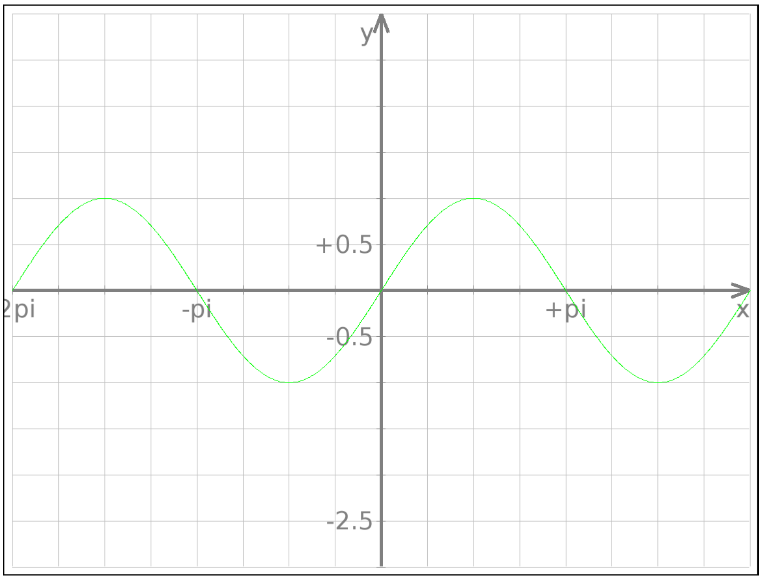
## 8. Ableitung und Stammfunktion

Für $f(x) = \sin x$ gilt $f'(x) =$ ________ und $F(x) =$ ________.

Für $f(x) = \cos x$ gilt $f'(x) =$ ________ und $F(x) =$ ________.

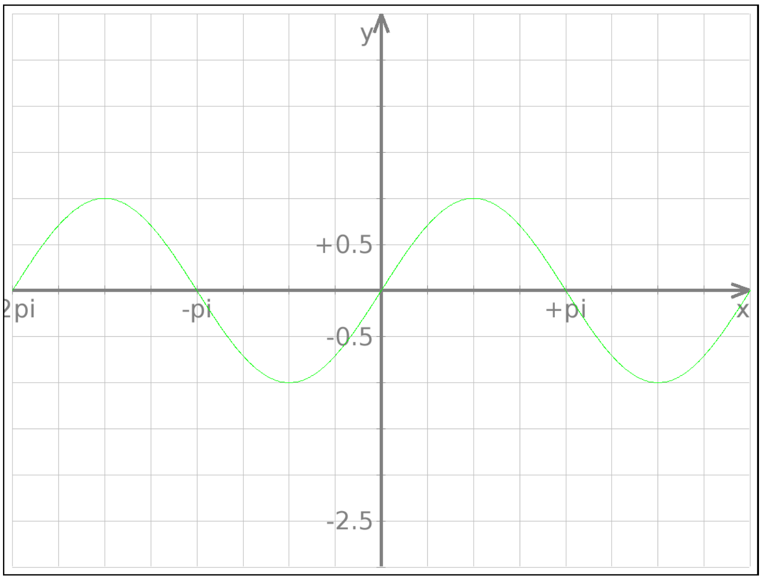
## 9. Veränderungen am Funktionsterm

Zeichne das Schaubild zu $f(x) = 2 \cdot \sin(x)$:



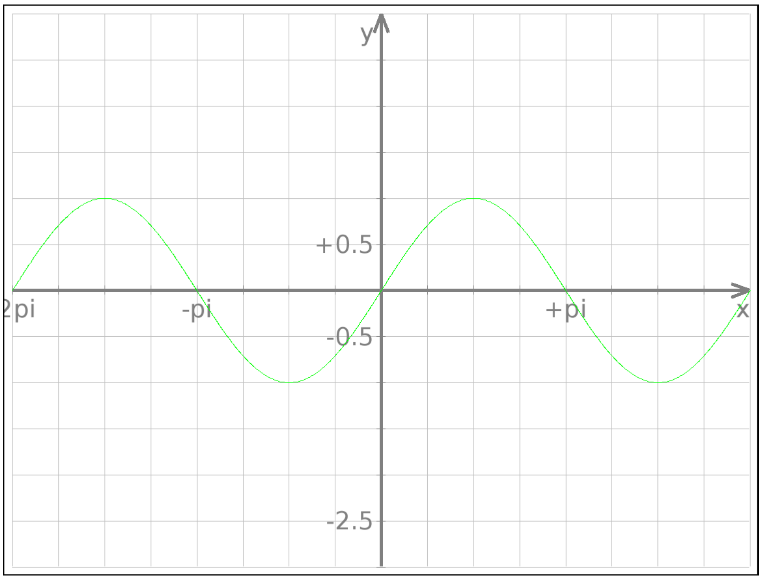

Das Schaubild der Funktion $f(x) = a \cdot \sin(x)$ ist im Vergleich zum Schaubild der normalen Sinusfunktion um den Faktor $a$ ________________. Man sagt, die **Amplitude** ist $|a|$.

Zeichne das Schaubild zu $f(x) = \sin(2x)$:



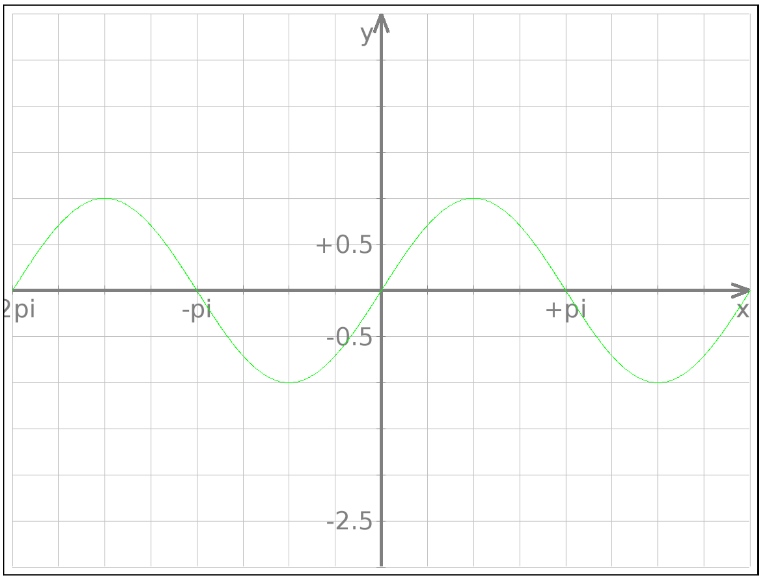

Das Schaubild der Funktion $f(x) = \sin(bx)$ ist im Vergleich zum Schaubild der normalen Sinusfunktion um $\frac{1}{b}$ in ____-Richtung ________________. Die Periode ist deswegen $p = \frac{2\pi}{b}$.

Zeichne das Schaubild zu $f(x) = \sin(x - \frac{\pi}{2})$:




Das Schaubild der Funktion $f(x) = \sin(x - c)$ ist im Vergleich zum Schaubild der normalen Sinusfunktion um ____ in ____-Richtung nach ________ verschoben.

Zeichne das Schaubild zu $f(x) = \sin(x) + 2$:




Das Schaubild der Funktion $f(x) = \sin(x) + d$ ist im Vergleich zum Schaubild der normalen Sinusfunktion um ____ in ____-Richtung nach ________ verschoben.

**Aufgabe:** Wie entsteht das Schaubild von $g(x) = -2 \cdot \sin(x + \pi)$ und von $h(x) = \frac{1}{2} \cdot \sin(\frac{\pi}{2}x) + 1$ aus dem Schaubild von $f(x) = \sin(x)$? Zeichne die Schaubilder und kontrolliere mit Maple.

**Aufgabe:** Gib zu jedem der drei Graphen die Periode, die Amplitude und die Funktionsgleichung der zugehörigen Sinus-Funktion an.