

Wichtige Sätze über Sinus- und Cosinus-Funktionen

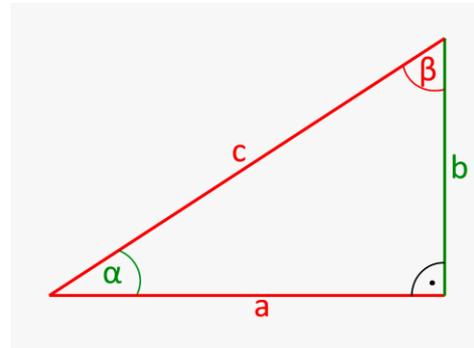
1. Sinus, Cosinus und Tangens im rechtwinkligen Dreieck

Der eingezeichnete Winkel α lässt sich mithilfe der folgenden Beziehungen zwischen Hypotenuse, Ankathete und Gegenkathete bestimmen:

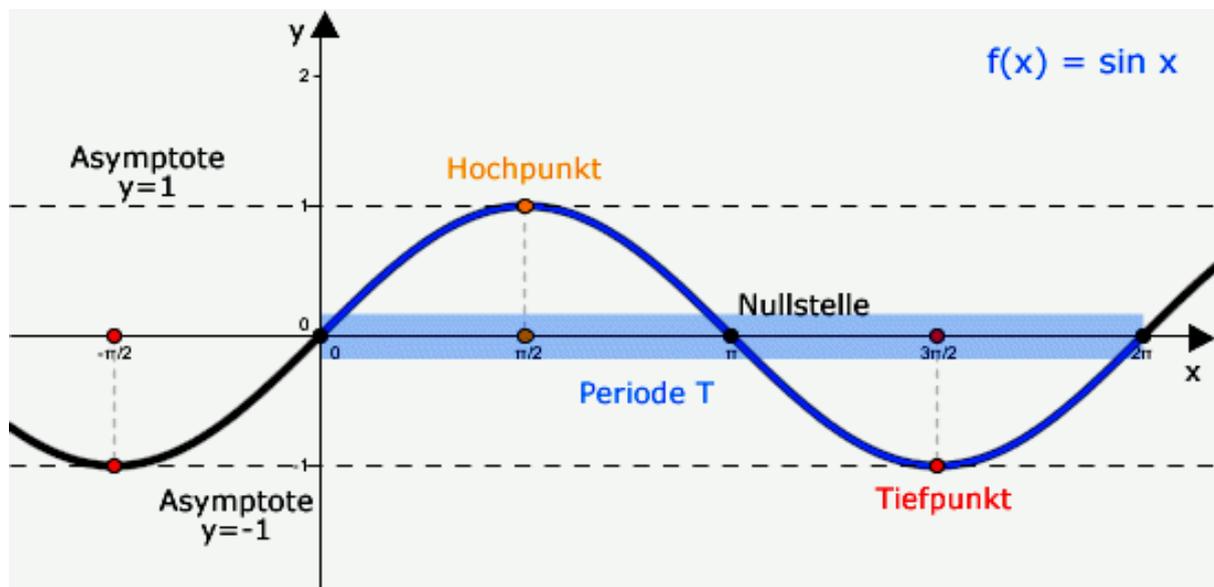
$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$



2. Schaubild der Sinus- und Cosinus-Funktion

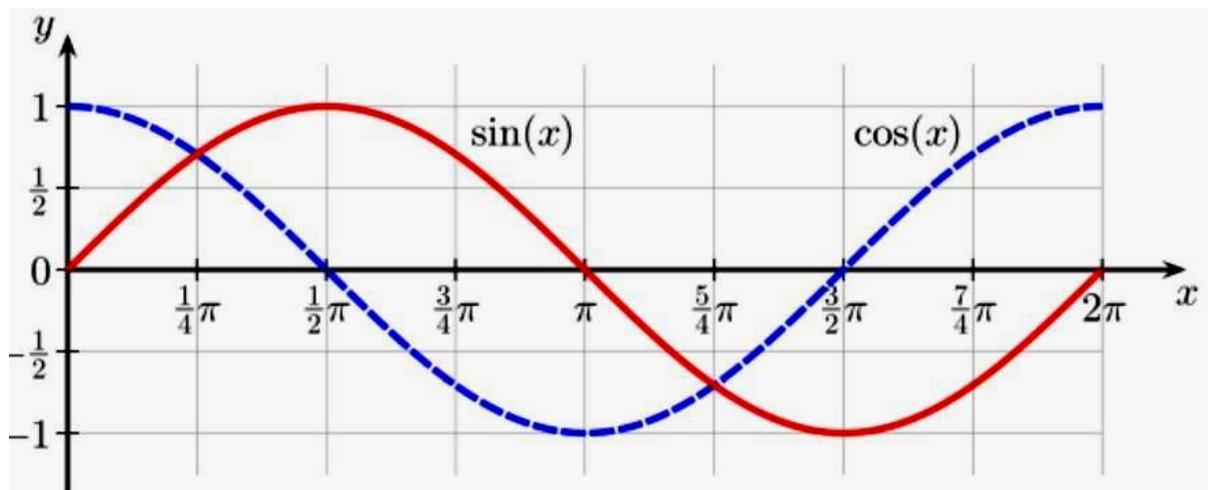


Die Werte der Sinusfunktion wiederholen sich nach $x = \underline{\hspace{2cm}}$ wieder. Man sagt deswegen: Die Sinusfunktion ist periodisch mit der Periode $\underline{\hspace{2cm}}$.

Ein Funktionswert kann deswegen bei mehreren x-Werten auftreten.

Die Amplitude der normalen Sinus-Funktion ist 1.

Verschiebt man das Schaubild der Sinusfunktion um $\frac{\pi}{2}$ Einheiten nach links, so erhält man das Schaubild der Cosinus-Funktion. Auch die Cosinus-Funktion hat die Periode 2π und die Amplitude 1.



3. Wichtige Werte von Sinus und Cosinus

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
$\cos(x)$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0

4. Verschiebung, Streckung von trigonometrischen Funktionen

Sei $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x - c) + d$ der Funktionsterm der allgemeinen Sinusfunktion mit den vier Veränderungsparametern a , b , c und d .

(i) a ist der **Streckfaktor in y-Richtung**.

Für Werte $|a| > 1$ wird das Schaubild der normalen Sinusfunktion in y-Richtung um den Faktor a gestreckt, für $|a| < 1$ gestaucht.

Für negatives a wird das Schaubild der normalen Sinusfunktion an der x-Achse gespiegelt. Es gilt $|a| = \text{Amplitude}$ der Funktion

(ii) b ist der **Streckfaktor in x-Richtung**.

Für Werte $|b| > 1$ wird das Schaubild der normalen Sinusfunktion in x-Richtung um den Faktor $\frac{1}{b}$ gestaucht, für $|b| < 1$ gestreckt.

Es gilt $\frac{2\pi}{b} = \text{Periode}$ der Funktion.

(iii) c ist die **Verschiebung in x-Richtung**.

Für positive Werte von c wird das Schaubild der normalen Sinusfunktion in x-Richtung um c Einheiten nach rechts verschoben.

Für negative Werte von c wird das Schaubild der normalen Sinusfunktion in x-Richtung um c Einheiten nach links verschoben.

(iv) d ist die **Verschiebung in y-Richtung**.

Für positive Werte von d wird das Schaubild der normalen Sinusfunktion in y-Richtung um d Einheiten nach oben verschoben.

Für negative Werte von d wird das Schaubild der normalen Sinusfunktion in y-Richtung um d Einheiten nach unten verschoben.

Beispiel:

